

중2 수학 삼각형의 외심과 내심 단원평가 1회

외심의 성질부터 내접원의 활용까지

범위 삼각형의 외심과 내심 · 20문항 (객관식 14 · 단답 3 · 서술형 3) · 제한시간 40분

이름 _____ 점수 _____ / 100

이 세트 한눈에 보기

1 삼각형의 외심과 내심

난이도 하 중 상

01 하 삼각형의 외심에 대한 설명으로 옳은 것은? (4점)

- ① 세 변의 수직이등분선의 교점이다.
- ② 세 내각의 이등분선의 교점이다.
- ③ 외심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
- ④ 외심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
- ⑤ 직각삼각형의 외심은 직각인 꼭짓점이다.

02 하 삼각형의 내심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? (4점)

- ① 세 내각의 이등분선의 교점이다.
- ② 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
- ③ 내접원의 중심이다.
- ④ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
- ⑤ 내심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

03 하 빗변의 길이가 10 cm인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이는? (4점)

- ① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
- ④ 8 cm ⑤ 10 cm

04 중 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이고 $\angle OAB = 25^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$ 일 때, $\angle OCA$ 의 크기는? (4점)

- ① 25° ② 30° ③ 35°
- ④ 40° ⑤ 45°

05 중 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이고 $\angle BOC = 130^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는? (4점)

- ① 50° ② 55° ③ 60°
- ④ 65° ⑤ 70°

06 중 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는? (4점)

- ① 110° ② 115° ③ 120°
- ④ 125° ⑤ 130°

07 하 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle IAB = 28^\circ$, $\angle IBC = 32^\circ$ 일 때, $\angle ICA$ 의 크기는? (4점)

- ① 30° ② 35° ③ 40°
- ④ 45° ⑤ 50°

08 중 세 변의 길이가 6 cm, 8 cm, 10 cm인 직각삼각형의 내접원의 반지름의 길이는? (4점)

- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
- ④ 4 cm ⑤ 5 cm

09 중 둘레의 길이가 30 cm이고 내접원의 반지름의 길이가 3 cm인 삼각형의 넓이는? (4점)

- ① 30 cm^2 ② 40 cm^2 ③ 45 cm^2
- ④ 60 cm^2 ⑤ 90 cm^2

10 중 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외심을 O라고 하자. $\angle A = 32^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기는? (4점)

- ① 26° ② 32° ③ 58°
- ④ 64° ⑤ 116°

11 상 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 I를 지나고 변 BC에 평행한 직선이 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라고 하자. $AB = 10 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는? (5점)

- ① 18 cm ② 20 cm ③ 26 cm
- ④ 28 cm ⑤ 30 cm

12 상 $\triangle ABC$ 의 외심을 O, 내심을 I라고 하자. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 값은? (5점)

- ① 5° ② 8° ③ 10°
- ④ 12° ⑤ 15°

13 하 다음 중 외심이 삼각형의 외부에 있는 것은? (4점)

- ① 예각삼각형 ② 직각삼각형 ③ 둔각삼각형
- ④ 정삼각형 ⑤ 직각이등변삼각형

14 상 $\triangle ABC$ 의 내접원이 세 변 AB, BC, CA와 만나는 점을 각각 D, E, F라고 하자. $AB = 9 \text{ cm}$, $BC = 11 \text{ cm}$, $CA = 8 \text{ cm}$ 일 때, AD의 길이는? (5점)

- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
- ④ 5 cm ⑤ 6 cm

15 하 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle BIC = 120^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하시오. (4점)

답: _____

- 16** **중** $\angle C = 90^\circ$ 이고 빗변 AB의 길이가 12 cm인 직각삼각형 ABC의 외접원의 둘레의 길이를 구하시오. (4점)

답: _____

- 17** **중** 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이고 $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle OBC$ 의 크기를 구하시오. (4점)

답: _____

- 18** **중** 세 변의 길이가 5 cm, 12 cm, 13 cm인 직각삼각형의 내접원의 반지름의 길이와 외접원의 반지름의 길이를 구하시오. (9점)

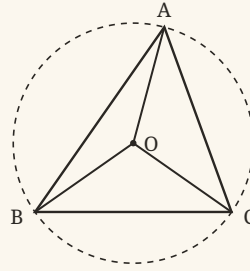
.....

.....

.....

.....

- 19** **중** 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 $\angle OAB = 20^\circ$, $\angle OAC = 35^\circ$ 이다. $\angle BOC$ 와 $\angle OBC$ 의 크기를 구하시오. (10점)



.....

.....

.....

- 20** **상** 세 변의 길이가 $AB = 13$ cm, $BC = 14$ cm, $CA = 15$ cm이고 넓이가 84 cm^2 인 $\triangle ABC$ 가 있다. 내접원의 반지름의 길이와, 내접원이 변 AB와 만나는 점을 D라고 할 때 BD의 길이를 구하시오. (10점)

.....

.....

.....

.....

.....

정답과 해설

정답과 해설

빠른 정답

01 ①	02 ⑤	03 ②	04 ③	05 ④
06 ④	07 ①	08 ②	09 ③	10 ④
11 ①	12 ⑤	13 ③	14 ②	15 60°
16 12π cm	17 20°	18 해설 참고	19 해설 참고	20 해설 참고

01 ①

② 내심의 뜻이다. ③ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다. ④ 둔각삼각형의 외심은 외부, 직각삼각형의 외심은 빗변 위에 있다. ⑤ 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

02 ⑤

세 꼭짓점에 이르는 거리가 같은 점은 외심이다.

03 ②

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 외접원의 반지름은 빗변의 절반인 5 cm이다.

04 ③

외심에서 $OA = OB = OC$ 이므로 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$ 이다. $\angle OCA = 90^\circ - 25^\circ - 30^\circ = 35^\circ$ 이다.

05 ④

외심 O에 대하여 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로 $\angle A = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$ 이다.

06 ④

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$ 이다.

07 ①

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IAB + \angle IBC + \angle ICA = 90^\circ$ 이다. $\angle ICA = 90^\circ - 28^\circ - 32^\circ = 30^\circ$ 이다.

08 ②

넓이는 $6 \times 8 \div 2 = 24(\text{cm}^2)$ 이다. 내접원의 반지름을 r cm라 하면 $\frac{1}{2} \times r \times (6 + 8 + 10) = 24$ 이므로 $r = 2$ 이다.

09 ③

(삼각형의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (\text{내접원의 반지름}) \times (\text{둘레}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 30 = 45(\text{cm}^2)$ 이다.

10 ④

직각삼각형의 외심 O는 빗변 AB의 중점이고 $OA = OC$ 이다. 따라서 $\angle OCA = \angle A = 32^\circ$ 이고, $\angle BOC$ 는 $\triangle AOC$ 의 외각이므로 $32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 이다.

11 ①

$DE \parallel BC$ 이므로 $\angle DIB = \angle IBC$ (엇각) = $\angle IBD$ 이다. 따라서 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이고 $DI = DB$ 이다. 마찬가지로 $EI = EC$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레는 $AD + DI + IE + EA = AD + DB + EC + EA = AB + AC = 18(\text{cm})$ 이다.

12 ⑤

$\angle BOC = 2\angle A = 100^\circ$, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 115^\circ$ 이므로 차는 15° 이다.

13 ③

외심은 예각삼각형에서는 내부, 직각삼각형에서는 빗변 위, 둔각삼각형에서는 외부에 있다.

14 ②

원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $AD = AF$, $BD = BE$, $CE = CF$ 이다. $AD = x$ cm라 하면 $BD = 9 - x$, $CF = 8 - x$ 이고 $BE + CE = (9 - x) + (8 - x) = 11$ 이므로 $x = 3$ 이다.

15 60°

$90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ$ 이므로 $\angle A = 60^\circ$ 이다.

16 12π cm

외접원의 반지름은 빗변의 절반인 6 cm이므로 둘레는 $2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$ 이다.

17 20°

$\angle BOC = 2\angle A = 140^\circ$ 이고 $OB = OC$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 140^\circ) \div 2 = 20^\circ$ 이다.

18 내접원 2 cm, 외접원 6.5 cm

빗변은 13 cm이고 넓이는 $5 \times 12 \div 2 = 30(\text{cm}^2)$ 이다. 내접원의 반지름을 r cm라 하면 $\frac{1}{2} \times r \times 30 = 30$ 이므로 $r = 2$ 이다. 외접원의 반지름은 빗변의 절반인 6.5 cm이다.

채점 포인트 넓이 30 cm^2 (2점) · 내접원의 반지름 2 cm (4점) · 외접원의 반지름 6.5 cm (3점)

19 $\angle BOC = 110^\circ$, $\angle OBC = 35^\circ$

$\angle A = 20^\circ + 35^\circ = 55^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 2\angle A = 110^\circ$ 이다. $OB = OC$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 110^\circ) \div 2 = 35^\circ$ 이다.

채점 포인트 $\angle A = 55^\circ$ (3점) · $\angle BOC = 110^\circ$ (4점) · $\angle OBC = 35^\circ$ (3점)

20 반지름 4 cm, BD = 6 cm

$\frac{1}{2} \times r \times (13 + 14 + 15) = 84$ 에서 $21r = 84$, $r = 4$ 이다. 내접원이 BC, CA와 만나는 점을 E, F라 하면 $BD = BE$, $CE = CF$, $AF = AD$ 이다. $BD = x$ 라 하면 $AD = 13 - x$, $CE = 14 - x$ 이고 $AF + CF = (13 - x) + (14 - x) = 15$ 이므로 $x = 6$ 이다.

채점 포인트 $21r = 84$ (3점) · 반지름 4 cm (3점) · $BD = 6 \text{ cm}$ (4점)